

Prof. Dr. Alfred Toth

Die logische Basis der topologischen Semiotik

1. Im Anschluß an Toth (2019) gehen wir aus von

$$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$$

und setzen $(w.x) = A$ und $(y.z) = B$.

Wir können dann – analog dem Vorgehen Benses mit der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S.53 u. 67) – auch die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation als Relation über Relationen darstellen, und zwar auf vierfache Weise

$$Z^{2,3} = ((A), B) = (((w.x)), (y.z))$$

$$Z^{2,3} = ((B), A) = (((y.z)), (w.x))$$

$$Z^{2,3} = (A, (B)) = ((w.x), ((y.z)))$$

$$Z^{2,3} = (B, (A)) = ((y.z), ((w.x))).$$

Damit haben wir eine Isomorphie zwischen der in Toth (2015) ebenfalls auf vierfache Weise darstellbaren Logik L^* und $Z^{2,3}$ gefunden. Will man nämlich die Reflexionsidentität der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik

$$L = (0, 1)$$

aufheben, ohne das Gesetz des Tertium non datur zu verletzen, so kann man dies durch Einführung eines Einbettungsoperators E mit

$$E: \quad x \rightarrow (x)$$

tun. Dadurch erhält man folgende Abbildung

$$L \rightarrow L^* = (((0), 1), ((1), 0), (0, (1)), (1, (0))),$$

und damit

$$Z^{2,3} \cong L^*,$$

d.h. L^* ist vermöge dieser Isomorphie eine TOPOLOGISCHE LOGIK, und vor allem stellt L^* die logische Grundlage für $Z^{2,3}$ dar – ein alles anderes als triviales Ergebnis, wenn man sich den über Jahrzehnte hinziehenden Streit in Erinnerung ruft, der, bereits mit Peirce beginnend, sich um die Fragen drehte

1. Begründet die Logik die Semiotik – oder umgekehrt?

2. Welche Logik kann überhaupt eine Semiotik begründen bzw. wie paßt die 2-wertige Logik zur 3-wertigen Semiotik?

Vermöge der Isomorphie $Z^{2,3} \cong L^*$ stellt sich die 1. Frage nicht mehr: Die topologische dyadisch-trichotomische Semiotik begründet L^* , und umgekehrt begründet L^* die ihr isomorphe Semiotik. Wegen der durch E ermöglichten 4 differenten logischen Relationen in L^* entfällt auch die 2. Frage und mit ihr das Problem der verschiedenen Wertigkeiten von Logik und Semiotik.

2. Die 36 möglichen dyadisch-trichotomischen semiotischen Relationen

(1.1, 2.1)	(1.1, 2.1]	[1.1, 2.1)	[1.1, 2.1]
(1.1, 2.2)	(1.1, 2.2]	[1.1, 2.2)	[1.1, 2.2]
(1.1, 2.3)	(1.1, 2.3]	[1.1, 2.3)	[1.1, 2.3]
(1.2, 2.1)	(1.2, 2.1]	[1.2, 2.1)	[1.2, 2.1]
(1.2, 2.2)	(1.2, 2.2]	[1.2, 2.2)	[1.2, 2.2]
(1.2, 2.3)	(1.2, 2.3]	[1.2, 2.3)	[1.2, 2.3]
(1.3, 2.1)	(1.3, 2.1]	[1.3, 2.1)	[1.3, 2.1]
(1.3, 2.2)	(1.3, 2.2]	[1.3, 2.2)	[1.3, 2.2]
(1.3, 2.3)	(1.3, 2.3]	[1.3, 2.3)	[1.3, 2.3]

müssen somit je 4-fach ausdifferenziert werden. Dadurch erhält man also 144 durch E differenzierbare topologische semiotische Relationen, die man wie folgt als logische Basis der topologischen Semiotik darstellen kann.

2.1. Semiotische Ausdifferenzierung von $L = ((A), B)$

$((1.1), 2.1)$

$((1.1), 2.1]$

$[(1.1), 2.1)$

$[(1.1), 2.1]$

$((1.1), 2.2)$

$((1.1), 2.2]$

$[(1.1), 2.2)$

$[(1.1), 2.2]$

$((1.1), 2.3)$

$((1.1), 2.3]$

$[(1.1), 2.3)$

$[(1.1), 2.3]$

$((1.2), 2.1)$

$((1.2), 2.1]$

$[(1.2), 2.1)$

$[(1.2), 2.1]$

$((1.2), 2.2)$

$((1.2), 2.2]$

$[(1.2), 2.2)$

$[(1.2), 2.2]$

$((1.2), 2.3)$

$((1.2), 2.3]$

$[(1.2), 2.3)$

$[(1.2), 2.3]$

$((1.3), 2.1)$

$((1.3), 2.1]$

$[(1.3), 2.1)$

$[(1.3), 2.1]$

$((1.3), 2.2)$

$[(1.3), 2.2)$

$((1.3), 2.2]$

$[(1.3), 2.2]$

$((1.3), 2.3)$

$((1.3), 2.3]$

$[(1.3), 2.3)$

$[(1.3), 2.3]$

2.2. Semiotische Ausdifferenzierung von $L = ((B), A)$

$((2.1), 1.1)$

$((2.1), 1.1]$

$[(2.1), 1.1)$

$[(2.1), 1.1]$

$((2.2), 1.1)$

$((2.2), 1.1]$

$[(2.2), 1.1)$

$[(2.2), 1.1]$

$((2.3), 1.1)$

$((2.3), 1.1]$

$[(2.3), 1.1)$

$[(2.3), 1.1]$

$((2.1), 1.2)$

$((2.1), 1.2]$

$[(2.1), 1.2)$

$[(2.1), 1.2]$

$((2.2), 1.2)$

$((2.2), 1.2]$

$[(2.2), 1.2)$

$[(2.2), 1.2]$

$((2.3), 1.2)$

$((2.3), 1.2]$

$[(2.3), 1.2)$

$[(2.3), 1.2]$

$((2.1), 1.3)$

$((2.1), 1.3]$

$[(2.1), 1.3)$

$[(2.1), 1.3]$

$((2.2), 1.3)$

$((2.2), 1.3]$

$[(2.2), 1.3)$

$[(2.2), 1.3]$

$((2.3), 1.3)$

$((2.3), 1.3]$

$[(2.3), 1.3)$

$[(2.3), 1.3]$

2.3. Semiotische Ausdifferenzierung von $L = (A, (B))$

$(1.1, (2.1))$

$(1.1, (2.1)]$

$[1.1, (2.1))$

$[1.1, (2.1)]$

$(1.1, (2.2))$

$(1.1, (2.2)]$

$[1.1, (2.2))$

$[1.1, (2.2)]$

$(1.1, (2.3))$

$(1.1, (2.3)]$

$[1.1, (2.3))$

$[1.1, (2.3)]$

$(1.2, (2.1))$

$(1.2, (2.1)]$

$[1.2, (2.1))$

$[1.2, (2.1)]$

$(1.2, (2.2))$

$(1.2, (2.2)]$

$[1.2, (2.2))$

$[1.2, (2.2)]$

$(1.2, (2.3))$

$(1.2, (2.3)]$

$[1.2, (2.3))$

$[1.2, (2.3)]$

$(1.3, (2.1))$

$(1.3, (2.1)]$

$[1.3, (2.1))$

$[1.3, (2.1)]$

$(1.3, (2.2))$

$(1.3, (2.2)]$

$[1.3, (2.2))$

$[1.3, (2.2)]$

(1.3, (2.3))

(1.3, (2.3)]

[1.3, (2.3))

[1.3, (2.3)]

2.4. Semiotische Ausdifferenzierung von $L = (B, (A))$

(2.1, (1.1))

(2.1, (1.1)]

[2.1, (1.1))

[2.1, (1.1)]

(2.2, (1.1))

(2.2, (1.1)]

[2.2, (1.1))

[2.2, (1.1)]

(2.3, (1.1))

(2.3, (1.1)]

[2.3, (1.1))

[2.3, (1.1)]

(2.1, (1.2))

(2.1, (1.2)]

[2.1, (1.2))

[2.1, (1.2)]

$(2.2, (1.2))$

$(2.2, (1.2)]$

$[2.2, (1.2))$

$[2.2, (1.2)]$

$(2.3, (1.2))$

$(2.3, (1.2)]$

$[2.3, (1.2))$

$[2.3, (1.2)]$

$(2.1, (1.3))$

$(2.1, (1.3)]$

$[2.1, (1.3))$

$[2.1, (1.3)]$

$(2.2, (1.3))$

$(2.2, (1.3)]$

$[2.2, (1.3))$

$[2.2, (1.3)]$

$(2.3, (1.3))$

$(2.3, (1.3)]$

$[2.3, (1.3))$

$[2.3, (1.3)]$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

14.3.2019